

Clase de Trigonometría - Ejercicios Resueltos

Martín Ibáñez

Conceptos Fundamentales

Teorema de Pitágoras

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Donde:

- c es la hipotenusa (lado opuesto al ángulo recto)
- a y b son los catetos

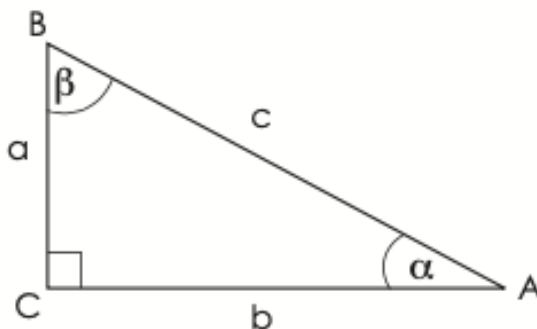
Tripletos pitagóricos comunes:

Cateto	Cateto	Hipotenusa
3	4	5
5	12	13
8	15	17
7	24	25

Razones Trigonométricas

Introducción a la Trigonometría

La trigonometría estudia las relaciones entre los ángulos y los lados de los triángulos. En un triángulo rectángulo, las razones trigonométricas fundamentales son:



- **Seno:** $\sin \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$

- **Coseno:** $\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$
- **Tangente:** $\tan \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$

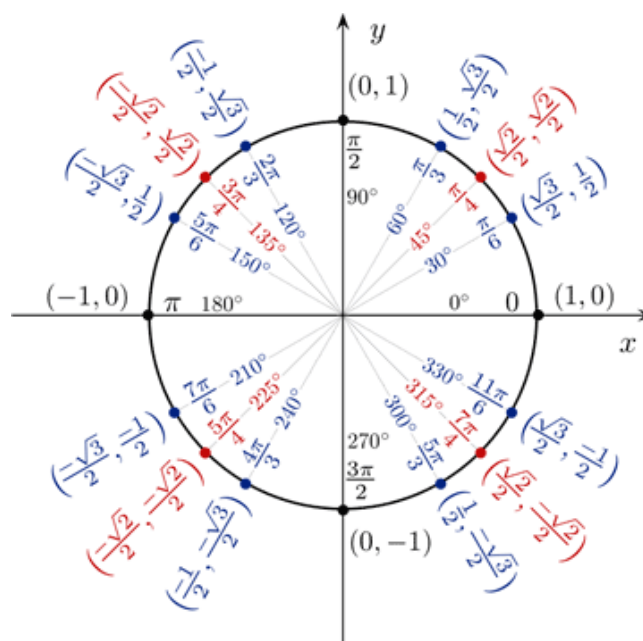
Razones Trigonómicas Inversas

- **Cosecante:** $\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$
- **Secante:** $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$
- **Cotangente:** $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$

Mnemotecnia: COCA COCA HIP HIP

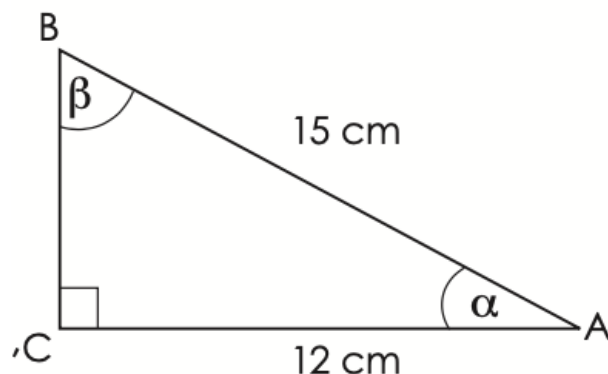
Razones Trigonómicas para Ángulos Notables

Razón	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Coseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
Cosecante	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
Secante	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2
Cotangente	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$



Ejercicios Resueltos Paso a Paso

Ejercicio 1 - Del documento: Ejemplo 1



Determinar seno, coseno y tangente de los ángulos α y β en un triángulo rectángulo donde los catetos miden 9 cm y 12 cm, y la hipotenusa 15 cm.

Solución:

1. Para el ángulo α (opuesto al cateto de 9 cm):

$$\sin \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

2. Para el ángulo β (opuesto al cateto de 12 cm):

$$\sin \beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \beta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\tan \beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

Ejercicio 2 - Del documento: Ejemplo 2

Sea α un ángulo interior agudo de un triángulo rectángulo. Si $\tan \alpha = \frac{5}{12}$, determina $\cos \alpha$.

Solución:

1. $\tan \alpha = \frac{5}{12}$ significa:

$$\text{cateto opuesto} = 5k, \quad \text{cateto adyacente} = 12k$$

2. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

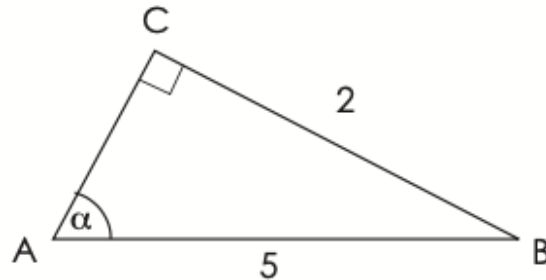
$$\text{hipotenusa} = \sqrt{(5k)^2 + (12k)^2} = \sqrt{25k^2 + 144k^2} = \sqrt{169k^2} = 13k$$

3. Calculamos $\cos \alpha$:

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{12k}{13k} = \frac{12}{13}$$

Ejercicio 3 - Del documento: Ejemplo 3

Sea α un ángulo agudo de un triángulo rectángulo. Si $\sin \alpha = \frac{2}{5}$, determina el valor de $\tan \alpha$.



Solución:

1. $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ significa:

$$\text{cateto opuesto} = 2k, \quad \text{hipotenusa} = 5k$$

2. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$\text{cateto adyacente} = \sqrt{(5k)^2 - (2k)^2} = \sqrt{25k^2 - 4k^2} = \sqrt{21k^2} = k\sqrt{21}$$

3. Calculamos $\tan \alpha$:

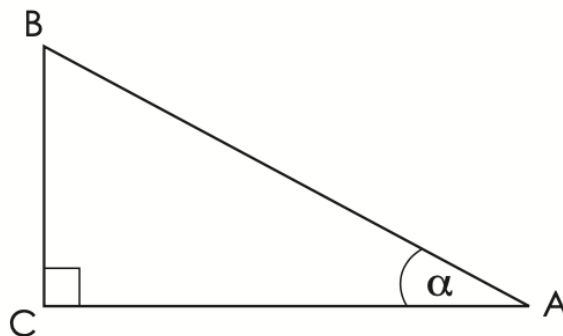
$$\tan \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{2k}{k\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}}$$

4. Racionalizamos:

$$\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{21}} \cdot \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{21}$$

Ejercicio 4 - Del documento: Ejemplo 4

El triángulo ABC es rectángulo en C. Si $\tan \alpha = 0,75$ y $AB = 15$ cm, ¿cuál es el perímetro del $\triangle ABC$?



Solución:

1. $\tan \alpha = 0,75 = \frac{3}{4}$, entonces:

$$BC = 3k \quad (\text{cateto opuesto a } \alpha)$$

$$AC = 4k \quad (\text{cateto adyacente a } \alpha)$$

2. Por el triplete pitagórico 3-4-5:

$$AB = 5k = 15 \text{ cm} \Rightarrow k = 3$$

3. Calculamos los lados:

$$BC = 3k = 9 \text{ cm}, \quad AC = 4k = 12 \text{ cm}, \quad AB = 15 \text{ cm}$$

4. Perímetro:

$$P = 9 + 12 + 15 = 36 \text{ cm}$$

Ejercicio 5 - Del documento: Pregunta 4

Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 cm y 12 cm, entonces el seno del ángulo agudo mayor es:

Solución:

1. El ángulo mayor es el opuesto al cateto mayor (12 cm)
2. Calculamos la hipotenusa:

$$h = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

3. Seno del ángulo mayor (opuesto a 12 cm):

$$\sin \alpha = \frac{12}{13}$$

Ejercicio 6 - Del documento: Pregunta 7

Los catetos de un triángulo rectángulo miden 15 cm y 20 cm. ¿Cuál es el valor del coseno del ángulo menor?

Solución:

1. El ángulo menor es el opuesto al cateto menor (15 cm)
2. Calculamos la hipotenusa:

$$h = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

3. Para el ángulo menor (opuesto a 15 cm), el cateto adyacente es 20 cm:

$$\cos \alpha = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

Ejercicio 7 - Del documento: Pregunta 11

Si $\cos \alpha = \frac{6}{10}$, entonces ¿cuál es el valor de la cotangente de α ?

Solución:

1. $\cos \alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ significa:

$$\text{cateto adyacente} = 3k, \quad \text{hipotenusa} = 5k$$

2. Calculamos el cateto opuesto:

$$\text{cateto opuesto} = \sqrt{(5k)^2 - (3k)^2} = \sqrt{25k^2 - 9k^2} = \sqrt{16k^2} = 4k$$

3. Calculamos la cotangente:

$$\cot \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{3k}{4k} = \frac{3}{4}$$

Ejercicio 8 - Del documento: Ejemplo de aplicación

Dos postes de faroles perpendiculares al suelo miden 12 y 18 metros respectivamente. Si la línea que los une en sus puntos más altos forma un ángulo de 30° con la horizontal, ¿cuánto mide la distancia entre los 2 postes?

Solución:

1. Diferencia de altura: $18 - 12 = 6$ m

2. Triángulo rectángulo formado:

$$\text{cateto opuesto} = 6 \text{ m}, \quad \text{ángulo} = 30^\circ$$

3. Usamos tangente:

$$\tan 30^\circ = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{6}{x}$$

4. Despejamos x :

$$x = \frac{6 \cdot 3}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3} \text{ m}$$

Ejercicio 9 - Del documento: Pregunta 15

¿Cuál es la longitud de la sombra proyectada por un edificio de 80 m de altura cuando el sol se ha elevado 35° sobre el horizonte?

Solución:

1. Triángulo rectángulo:

$$\text{cateto opuesto} = 80 \text{ m}, \quad \text{ángulo} = 35^\circ$$

2. Usamos tangente:

$$\tan 35^\circ = \frac{80}{x} \Rightarrow x = \frac{80}{\tan 35^\circ}$$

3. La longitud de la sombra es $\frac{80}{\tan 35^\circ}$ metros

Ejercicio 10 - Del documento: Pregunta 17

Un árbol perpendicular al suelo proyecta una sombra de 3,2 metros, con un ángulo de elevación de 60° . ¿Cuál es la altura del árbol?

Solución:

1. Triángulo rectángulo:

$$\text{cateto adyacente} = 3,2 \text{ m}, \quad \text{ángulo} = 60^\circ$$

2. Usamos tangente:

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{3,2} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{3,2}$$

3. Despejamos la altura:

$$h = 3,2 \cdot \sqrt{3} \approx 5,54 \text{ m}$$

Resumen de Conceptos Clave

- **Seno:** $\sin \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$
- **Coseno:** $\cos \alpha = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$
- **Tangente:** $\tan \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$
- **Teorema de Pitágoras:** $a^2 + b^2 = c^2$
- **Identidad fundamental:** $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- **Ángulos notables:** 30° , 45° , 60° tienen valores exactos